

有控互连结构体系的楼层反应谱分析

郝 源, 张建霖*

(厦门大学建筑与土木工程学院, 福建 厦门 361005)

摘要: 应用等效最优控制方法对互连结构体系被动控制器的刚度参数和阻尼参数同时进行了优化, 并在此基础上, 建立了安装有次结构时有控互连结构体系的动力学模型, 研究了控制器参数优化设计结果对次结构楼层反应谱的影响, 得出一些有参考价值的结论.

关键词: 等效最优控制方法; 楼层反应谱; 互连结构体系

中图分类号: TU 311.3

文献标识码: A

文章编号: 0438-0479(2009)03-0387-05

在结构振动控制中, 对于某一给定的受控体系, 如果能够选择适当的被动控制装置及相应的参数、位置, 往往可以使其控制效果达到与相应的主动控制效果基本等效. 文献[1-2]介绍了两结构互连体系被动控制装置及相应的阻尼参数、位置的优化控制方法, 得出可靠的结果. 而本文应用等效最优控制方法对两结构互连控制体系被动控制器的刚度参数和阻尼参数同时进行了优化, 并在此基础上, 进一步研究控制器优化设计结果对楼层反应谱的影响.

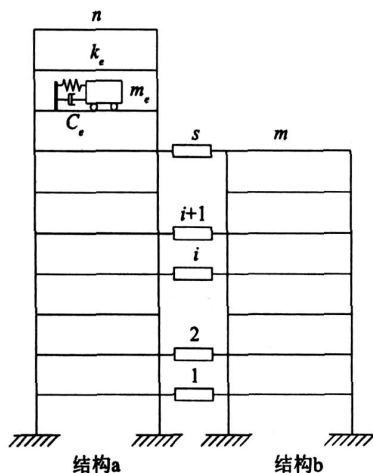


图 1 两结构互连控制体系

Fig. 1 Two structure interconnected control system

1 互连结构体系动力学模型

如图 1 所示, 没有安装次结构时, n 层结构 a 与 m 层结构 b ($n > m$) 之间某些层以 s 个控制器相联系. 在

水平地震作用下, 结构 a 与结构 b 的运动方程分别为:

$$M_a \ddot{Y}_a + C_a \dot{Y}_a + K_a Y_a = -M_a I_n \ddot{x}_g(t) - D_{ns} U(t) \quad (1)$$

$$M_b \ddot{Y}_b + C_b \dot{Y}_b + K_b Y_b = -M_b I_m \ddot{x}_g(t) + D_{ms} U(t) \quad (2)$$

式中, M_a 、 C_a 、 K_a 、 M_b 、 C_b 、 K_b 分别为结构 a 和结构 b 的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{x}_g(t)$ 为地面水平运动加速度; I_n 、 I_m 为位移影响向量, 分别为 n 阶和 m 阶单位列向量; $U(t)$ 为控制作用向量; D_{ns} 、 D_{ms} 为结构层间控制作用分布矩阵, 在 D_{ms} 的各元素中, 当结构 a 与结构 b 在第 i 层通过第 j 个控制元件相连时, $D_{ij} = 1$, 其余元素为 0, 且 D_{ns} 可以表示为 $D_{ns} = [D_{ms} \ 0_{(n-m)s}]^T$, 式(1)、(2)可以合写成状态方程

$$\dot{X} = AX + BU(t) + F\ddot{x}_g(t) \quad (3)$$

其中, $X = [Y_a \ Y_b \ \dot{Y}_a \ \dot{Y}_b]^T$ 为 $2(n+m)$ 维状态向量; 系统矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0_{nm} & 0_{nm} & E_{nm} & 0_{nm} \\ 0_{mn} & 0_{mm} & 0_{mn} & E_{mm} \\ -M_a^{-1}K_a & 0_{nm} & -M_a^{-1}C_a & 0_{nm} \\ 0_{mn} & -M_b^{-1}K_b & 0_{mn} & -M_b^{-1}C_b \end{bmatrix},$$

其中, E_{nm} 、 E_{mm} 分别为 n 维和 m 维单位矩阵;

$$B = \begin{bmatrix} 0_{ns} \\ 0_{ms} \\ -M_a^{-1}D_{ns} \\ M_b^{-1}D_{ms} \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 0_{nl} \\ 0_{ml} \\ -I_{n+m} \end{bmatrix}.$$

对于如式(3)所示的线性系统状态方程运用 LQR 最优控制算法时, 系统的最优控制力向量为

$$U(t) = -GX \quad (4)$$

式中 G 为最优反馈增益矩阵, 将式(4)代入式(3)可得

$$\dot{X} = (A - BG)X + F\ddot{x}_g(t) \quad (5)$$

收稿日期: 2008-11-24

基金项目: 厦门市建设科技项目(2008-09)资助

*通讯作者: zhangjl@xmu.edu.cn

对式(5)进行傅立叶变换,可得

$$X(\omega) = (iI - A + BG)^{-1} F \ddot{x}_g(\omega) = H(\omega) \ddot{x}_g(\omega) \quad (6)$$

式中, I 为 $2(n+m)$ 维单位矩阵.

2 被动控制器的参数优化

采用等效最优控制法进行被动控制器的参数优化^[3]. 当结构 a 与结构 b 之间某些层以控制器相联系时, 控制装置所在位置的两结构之间相对位移、相对速度、位移反馈控制力和速度反馈控制力的功率谱密度函数矩阵分别为

$$x_d = T_d H(\omega) \tilde{H}^T(\omega) T_d^T A_g(\omega) \quad (7)$$

$$x_v = T_v H(\omega) \tilde{H}^T(\omega) T_v^T A_g(\omega) \quad (8)$$

$$u_d = E_d G H(\omega) \tilde{H}^T(\omega) G^T E_d^T A_g(\omega) \quad (9)$$

$$u_v = E_v G H(\omega) \tilde{H}^T(\omega) G^T E_v^T A_g(\omega) \quad (10)$$

其中, T_d 、 T_v 分别是相对位移转换矩阵和相对速度转换矩阵, E_d 、 E_v 分别是位移反馈控制力转换矩阵和速度反馈控制力转换矩阵, $\tilde{H}^T(\omega)$ 为 $H(\omega)$ 的共轭转置矩阵, $A_g(\omega)$ 为地面水平运动的加速度功率谱密度函数^[4]:

$$A_g(\omega) = \frac{1 + 4\frac{\omega^2}{\omega_g^2} + \frac{\omega^4}{\omega_g^4}}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_g^2})^2 + 4\frac{\omega^2}{\omega_g^2} + \frac{\omega^4}{\omega_g^4}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_h^2}} S_0 \quad (11)$$

其中, ω_g 和 ω_h 分别是地表覆盖土层的阻尼比和卓越角频率; ω_h 是反应基岩特性的谱参数, 建议取 8 rad/s; S_0 是反应地震动强弱的强度因子, 可以认为是引起基岩运动的随机激发的白噪声. 于是, 当在结构 a 与结构 b 之间第 i 层以第 j 个被动控制器相联系时, 其最优参数为:

$$k_j^p = \frac{\int_0^T (u_d)_{ii} d\omega}{\int_0^T (x_d)_{ii} d\omega}, \quad c_j^p = \frac{\int_0^T (u_v)_{ii} d\omega}{\int_0^T (x_v)_{ii} d\omega} \quad (12)$$

对控制器进行优化时, 在结构 a 与结构 b 之间的第 i 层以第 j 个被动控制器相联系, 控制力 $U_j(t)$ 为

$$U_j(t) = c_j^p (\dot{y}_{ai} - \dot{y}_{bi}) + k_j^p (y_{ai} - y_{bi}), \quad j = 1, 2, \dots, s \quad (13)$$

将式(13)代入式(1)、(2), 得到联合系统动力方程

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = -MI_{n+m}\ddot{x}_g(t) \quad (14)$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} Y_a \\ Y_b \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} M_a & \\ & M_b \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_a + D_{ns} c_{sn} & -D_{ns} c_{sm} \\ -D_{ms} c_{sn} & C_b + D_{ms} c_{sm} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} K_a + D_{ns} k_{sn} & -D_{ns} k_{sm} \\ -D_{ms} k_{sn} & K_b + D_{ms} k_{sm} \end{bmatrix} \quad (15)$$

在 c_{sm} 、 k_{sm} 的各元素中, $c_{ji} = c_{ij}^p$, $k_{ji} = k_{ij}^p$, 且 c_{sn} 、 k_{sn} 可以表示为: $c_{sn} = [c_{sm} \ 0_{s(n-m)}]$, $k_{sn} = [k_{sm} \ 0_{s(n-m)}]$, 由式(15)可得

$$Y(\omega) = -(\omega^2 M + i\omega C + K)^{-1} MI_{n+m} \ddot{x}_g(\omega) = H_Y(\omega) \ddot{x}_g(\omega) \quad (16)$$

于是, $Y(\omega)$ 、 $\dot{Y}(\omega)$ 的功率谱密度函数矩阵为

$$\gamma = H_Y(\omega) \tilde{H}_Y^T(\omega) A_g(\omega) \quad (17)$$

$$\dot{\gamma} = H_Y(\omega) \tilde{H}_Y^T(\omega) A_g(\omega) = \dot{\gamma} \quad (18)$$

定义结构的能量指标如下

$$J = \int_0^T [\text{trace}(\gamma) + \text{trace}(\dot{\gamma})] d\omega \quad (19)$$

式中 γ 和 $\dot{\gamma}$ 为 $Y(\omega)$ 、 $\dot{Y}(\omega)$ 的功率谱密度函数矩阵, 该式表示对功率谱密度函数矩阵求迹, 再在频域内积分, 从而求出所定义的结构能量. 当撤除某一控制器时, 利用式(19)可以得到新的结构能量指标 J_1 . 可定义新的被动控制器性能指标为

$$J = J_1 - J \quad (20)$$

保留 J 大的控制器, 去掉 J 小的控制器, 即可以实现被动控制器的数目和安装位置优化.

3 有控互连结构楼层反应谱分析

楼层反应谱是指安装在某一楼层上的具有不同自振周期和阻尼的单自由度系统对楼层地震反应时程的最大值组成的曲线. 有控互连结构体系的楼层反应谱分析就是在被动控制器参数优化控制的前提下, 建立各互连结构和次结构三者形成的联合运动方程, 再求次结构对楼层地震反应时程的最大值组成的曲线. 本文考虑了有控互连结构和次结构三者之间的耦合效应, 真实揭示结构的振动状况.

将优化的阻尼参数和刚度参数代入式(14), 形成有控互连结构体系的运动方程. 楼层反应谱中, 在结构 a 或结构 b 的某一层放置一单自由度振荡器作为次结构, 其质量为 m_e , 固有频率为 ω_e , 阻尼比为 ζ_e . 于是次结构和两结构互连控制体系耦合组成 $n+m+1$ 自由度系统, 联合系统的运动方程为

$$M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = -M^* I_{n+m} \ddot{x}_g(t) \quad (21)$$

其中质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵分别为

$$M^* = \begin{bmatrix} M_{a1} & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & M_{an} & & & \\ & & & M_{b1} & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & M_{bn} \\ & & & & & & m_{\omega} \end{bmatrix},$$
$$K^* = \begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1(n+m)} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{j1} & \dots & K_{jj} + m_e^{-2} & \dots & K_{j(n+m)} & -m_e^{-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{(n+m)1} & \dots & K_{(n+m)j} & \dots & K_{(n+m)(n+m)} & 0 \\ 0 & \dots & -m_e^{-2} & \dots & 0 & m_e^{-2} \end{bmatrix},$$
$$C^* = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1j} & \dots & C_{1(n+m)} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{j1} & \dots & C_{jj} + 2e^{-1}m_e & \dots & C_{j(n+m)} & -2e^{-1}m_e \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{(n+m)1} & \dots & C_{(n+m)j} & \dots & C_{(n+m)(n+m)} & 0 \\ 0 & \dots & -2e^{-1}m_e & \dots & \dots & 2e^{-1}m_e \end{bmatrix},$$

根据反应谱设计理论,先假定次结构的固有频率,对次结构和两结构互连控制体系组成的联合系统进行地震反应时程分析,抽取次结构加速度响应的绝对值的最大值,即可得到次结构加速度反应谱上的一个点.重新假定次结构固有频率,按照上述步骤就可得到反应谱上的其他点.如此,将由低到高一直到取到整个频带上,绘制这些最大值点即得到楼层反应谱的加速度谱线.

4 算 例

为检验本节所提出的优化设计方法的有效性,取结构 a 为 9 层,结构 b 为 6 层的互连结构体系.结构的质量和刚度参数如表 1 所示,结构 a 与结构 b 的阻尼采用瑞利阻尼,模态阻尼比均为 0.05.次结构的模态阻尼比 $\xi = 0.02$,质量 $m_e = r_m M_i$, $r_m = 0.02$ 为质量比, M_i 为次结构所在结构 a 或结构 b 的楼层质量. $A_g(\cdot)$ 的相关参数取为: $\xi_g = 0.65$, $\omega_g = 15 \text{ rad/s}$, $S_0 = 0.004 \text{ m}^2/(\text{rad} \cdot \text{s}^3)$.采用 EL-centro(NS) 波,其加速度峰值调整取 1.417 m/s^2 .

结构 a 前三阶固有频率:5.98、17.28、28.16 rad/s.

结构 b 前三阶固有频率:11.60、33.72、54.28 rad/s.

表 1 结构质量和刚度

Tab.1 The mass and stiffness of two structures				
楼层	结构 a 质量 / kg	结构 a 刚度 / (N · m ⁻¹)	结构 b 质量 / kg	结构 b 刚度 / (N · m ⁻¹)
1 ~ 3	1.55 × 10 ³	2.15 × 10 ⁶	1.53 × 10 ³	3.59 × 10 ⁶
4 ~ 6	1.55 × 10 ³	1.93 × 10 ⁶	1.53 × 10 ³	3.39 × 10 ⁶
7 ~ 9	1.55 × 10 ³	1.75 × 10 ⁶		

最优控制:在结构 a 与结构 b 之间满布被动控制器,其参数按等效最优控制方法得到结果如表 2 所示.

表 2 被动控制器最优参数

Tab.2 Passive controller optimal parameter		
编号	最优刚度 / (N · m ⁻¹)	最优阻尼 / (N · s · m ⁻¹)
1	1.2645 × 10 ⁴	6.2986 × 10 ³
2	1.2771 × 10 ⁴	6.4396 × 10 ³
3	1.3516 × 10 ⁴	6.6883 × 10 ³
4	1.4962 × 10 ⁴	7.1392 × 10 ³
5	1.7067 × 10 ⁴	7.7571 × 10 ³
6	1.9651 × 10 ⁴	8.5508 × 10 ³

依次考虑单独撤除 1 到 6 层阻尼器时,按照式 (20) 计算 J 分别为 5.82×10^{-5} 、 2.34×10^{-4} 、 5.23×10^{-4} 、 1.15×10^{-3} 、 2.75×10^{-3} 、 7.21×10^{-3} .

次优控制:保留最大的 3 个 J (占总和的 90%),即第 4、5、6 层之间的控制器,在这些位置设置阻尼器,重新运用等效最优控制方法优化相应阻尼器参数,则优化结果为

$$\begin{aligned} k_4^p &= 1.5708 \times 10^4 \text{ N/m}, \\ c_4^p &= 8.1699 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \\ k_5^p &= 1.5442 \times 10^4 \text{ N/m}, \\ c_5^p &= 8.3313 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \\ k_6^p &= 1.7096 \times 10^4 \text{ N/m}, \\ c_6^p &= 8.9201 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}. \end{aligned}$$

对于次结构安装在某一楼层,同时计算无控、最优控制和次优控制 3 种情况下的加速度反应谱,如图 2 ~ 6 所示,从图中结果可以看出,有控状态能够明显削减加速度反应谱线,最优控制和次优控制对加速度反应谱控制效果相差不多,且对结构 a 和结构 b 的加速度反应谱峰值都有良好削减作用,对结构 b,其削减效果更佳.但在结构 a 的顶层非峰值区,当次结构的固有频率落在结构 a 和结构 b 的第一阶和第二阶固有频率之间(或倍频附近)时,次结构与两结构发生了调谐,加速度反应谱值被放大了,虽还不及共振峰值大,但在楼层反应谱设计时应给予重视,在工程应用中尽可能将

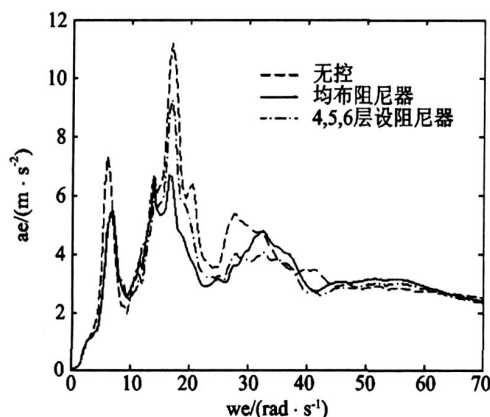


图2 结构a第3层加速度反应谱

Fig. 2 Acceleration response spectrum on the 3rd floor of structure a

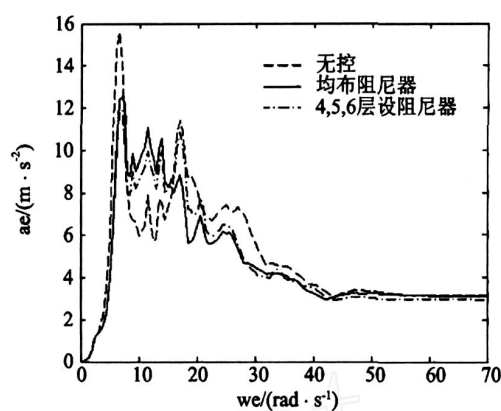


图3 结构a第6层加速度反应谱

Fig. 3 Acceleration response spectrum on the 6th floor of structure a

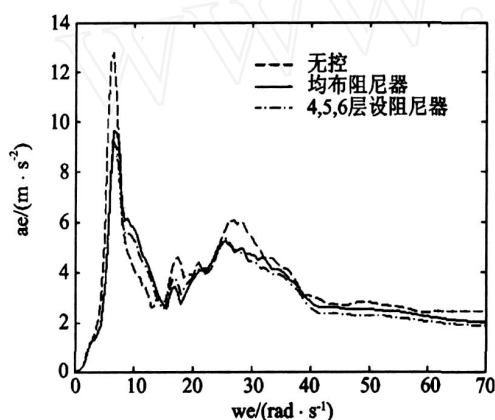


图4 结构a第9层加速度反应谱

Fig. 4 Acceleration response spectrum on the 9th floor of structure a

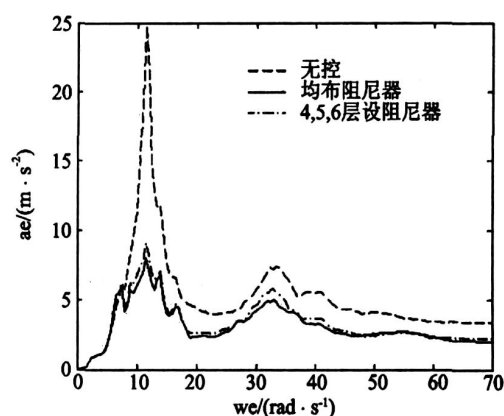


图5 结构b第3层加速度反应谱

Fig. 5 Acceleration response spectrum on the 3rd floor of structure b

次结构的固有频率避开发生调谐的区间,以免产生不利的影响。

5 结 语

本文分析有控两互连结构体系的连接阻尼器的刚度参数和阻尼参数优化,计算优化结果对楼层反应谱的影响,得出一些有参考价值的结论。

1) 对两互连结构体系进行最优和次优振动控制,并计算各自的最优控制刚度和阻尼系数。

2) 建立了考虑次结构以及阻尼器相连的有控互连结构三者耦合体系的动力学模型,继而进行楼层反应谱计算。

3) 有控互连结构体系的楼层反应谱峰值比无控时明显减小,且次结构安装在不同子结构位置对加速度反应谱峰值都有良好削减作用。

4) 在结构顶层,次结构自身频率要避开与主结构发生调谐的频率,以免产生不利的影响。

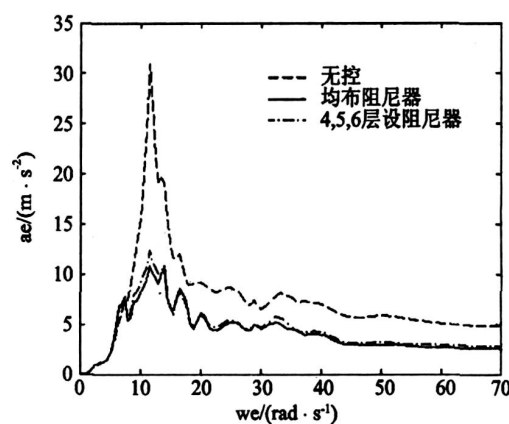


图6 结构b第6层加速度反应谱

Fig. 6 Acceleration response spectrum on the 6th floor of structure b

参考文献:

- [1] Zhang J L, Yang A Q, Song Y. A new optimal vibration control system for two connection structures[C]//Proc. of

- SPIE. USA:ASME,2008:69282J1 - J8.
- [2] Zhang J L, Yang A Q, Zhang C H. Seismic analysis of a combined system composed of equipment and structure by using modal truncation technique[J]. International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, 2006, 7 (4): 473 - 476.
- [3] 王肇民. 高耸结构振动控制[M]. 上海:同济大学出版社, 1997.
- [4] 欧进萍, 牛荻涛, 杜修力. 设计用随机地震动的模型及其参数确定[J]. 地震工程与工程振动, 1991, 11 (3): 45 - 53.

Floor Response Spectrum Analysis of Controlled Interconnected Structure System

HAO Yuan, ZHANG Jian-lin *

(School of Architecture and Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract : Two-connected structure system was designed to cooperate to resistant the earthquake. The connecting parameters of this new combined system and the floor response spectrum analysis are interesting for researchers. In this paper, the equivalent optimal control method is adopted to optimize the connecting parameters including both stiffness and damping of passive controllers. On the basis of it, the mathematic model and the floor response spectrum are analyzed by considering a secondary structure which is installed on one floor and coupled with the combined system. Numerical example shows some valuable results by comparing two cases of controlled system and non controlled system.

Key words : equivalent optimal control method; floor response spectrum; interconnected structure system